Formulario de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1. Ecuaciones de Primer Orden

Forma Estándar Lineal:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Método del Factor Integrante:

- **1. Encontrar $\mu(x)$:** $\mu(x) = e^{\int P(x)\,dx}$
- **2. Solución General:** $y(x) = \frac{1}{\mu(x)}\left(\int \mu(x)Q(x)\,dx + C\right)$

Ecuaciones de Variables Separables:

$$M(x)\,dx + N(y)\,dy = 0 \implies \int M(x)\,dx = -\int N(y)\,dy$$

Ecuación de Bernoulli:

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)y^n \quad (n \neq 0, 1)$$

Sustitución: $u = y^{1-n} \implies \frac{du}{dx} + (1-n)P(x)u = (1-n)f(x)$. Se resuelve como lineal.

2. Ecuaciones Exactas

Forma Diferencial:

$$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0$$

Criterio de Exactitud:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

Si es exacta, existe $f(x,y) = C$ tal que:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M(x,y) \quad \text{y} \quad \frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$$

Factores Integrantes Especiales (si no es exacta):

Condición	Factor μ
$\frac{M_y - N_x}{N} = g(x)$	$\mu(x) = e^{\int g(x)\,dx}$
$\frac{N_x - M_y}{M} = h(y)$	$\mu(y) = e^{\int h(y)\,dy}$

3. Sustituciones Diversas

Ecuaciones Homogéneas: Si $M(x,y)$ y $N(x,y)$ son del mismo grado.
Sustitución: $y = ux \implies dy = u\,dx + x\,du$.
(Se reduce a variables separables).

Forma $\frac{dy}{dx} = f(Ax + By + C)$:
Sustitución: $u = Ax + By + C \implies \frac{du}{dx} = A + B\frac{dy}{dx}$.

4. ED Lineales de Segundo Orden

Forma con Coeficientes Constantes:

$$ay'' + by' + cy = 0$$

Ecuación Auxiliar: $am^2 + bm + c = 0$.

Raíces	Solución General y_c
Reales distintas ($m_1 \neq m_2$)	$y_c = C_1e^{m_1x} + C_2e^{m_2x}$
Reales repetidas ($m_1 = m_2 = m$)	$y_c = C_1e^{mx} + C_2xe^{mx}$
Complejas conjugadas ($\alpha \pm i\beta$)	$y_c = e^{\alpha x}(C_1\cos\beta x + C_2\sin\beta x)$

5. ED No Homogéneas ($ay''+by'+cy = g(x)$)

La solución general es $y = y_c + y_p$.

Variación de Parámetros: Para $y''+P(x)y'+Q(x)y = f(x)$, con $y_c = C_1y_1 + C_2y_2$:

$$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} = y_1y_2' - y_2y_1' \quad \text{(Wronskiano)}$$

$$u_1 = -\int \frac{y_2 f(x)}{W}\,dx, \quad u_2 = \int \frac{y_1 f(x)}{W}\,dx$$

$$y_p = u_1y_1 + u_2y_2$$

6. Ecuación de Cauchy-Euler

Forma Estándar:

$$ax^2y'' + bxy' + cy = 0$$

Ecuación Auxiliar: $am(m-1) + bm + c = 0$.

Raíces	Solución General y_c
Reales distintas	$y_c = C_1x^{m_1} + C_2x^{m_2}$
Reales repetidas	$y_c = C_1x^m + C_2x^m\ln x$
Complejas ($\alpha \pm i\beta$)	$y_c = x^\alpha[C_1\cos(\beta\ln x) + C_2\sin(\beta\ln x)]$

7. Sistemas de Ecuaciones Lineales

Forma Matricial: $\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X}$

Se asume $\mathbf{X} = \mathbf{K}e^{\lambda t}$. Se deben encontrar los valores propios λ resolviendo $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$, y sus respectivos vectores propios $\mathbf{K}$ a partir de $(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{K} = \mathbf{0}$.